Corrigé du devoir $3^{ème} - 2^{de}$

Partie 1 :

$a = \frac{5}{7} + \frac{7}{7} = \frac{12}{7}$ $\quad b = \frac{5\times5}{3\times5} + \frac{2}{15} = \frac{25}{15} + \frac{2}{15} = \frac{27}{15} = \frac{9}{5}$ $\quad c = \frac{1\times3}{4\times3} - \frac{5\times2}{6\times2} = \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{-7}{12}$ $\quad d = \frac{\cancel{4}\times5}{3\times\cancel{4}\times2} = \frac{5}{6}$ $\quad e = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$

$f = \frac{1}{15} + \frac{2}{5} = \frac{1}{15} + \frac{6}{15} = \frac{7}{15}$ $\quad g = \frac{3}{4} \times \frac{12}{1} = \frac{3\times\cancel{4}\times3}{\cancel{4}\times1} = 9$ $\quad h = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6}\right) : \left(\frac{10}{4} - \frac{5}{4}\right) = \frac{7}{6} : \frac{5}{4} = \frac{7}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{7\times2\times\cancel{2}}{3\times\cancel{2}\times5} = \frac{14}{15}$

Partie 2 :

Exercice 1 : $a = 2^4$ $\quad b = 3^2$ $\quad c = 3^1$ $\quad d = 3^{-1}$ $\quad e = 2^5$ $\quad f = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$ $\quad g = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$

Exercice 2 : $a = 10^{(-5+2)} = 10^{-3}$ $\quad b = 10^{(-2-3)} = 10^{-5}$ $\quad c = 10^{(6-2)} = 10^4$ $\quad d = 10^{(3-(-3))} = 10^6$ $\quad e = \frac{10^{-2}}{10^4} = 10^{(-2-4)} = 10^{-6}$

Exercice 3 : $a = 3^7$ $\quad b = 2^{-1}$ $\quad c = 3^{-4}$ $\quad d = \frac{5^6}{5^2} = 5^4$ $\quad e = 5^{4\times3} = 5^{12}$

Exercice 4 : $a = \frac{1}{5}$ $\quad b = 3\times\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $\quad c = \frac{1}{7} \times 14 = \frac{14}{7} = 2$ $\quad d = 4\times3 = 12$ $\quad e = \frac{1}{\cancel{3}} \times 2 \times 5 \times \frac{1}{\cancel{4}} \times \cancel{12} = 10$

Exercice 5 : $a = 3{,}789 \times 10^6$ $\quad b = 3{,}7 \times 10^{-8}$

Exercice 6 :

a. 276 et 420 $\qquad$ b. 276 (2+7+6=15) ; 420 (4+2+0=6) et 981 (9+8+1=18)

c. 145 et 420 $\qquad$ d. 981 (9+8+1=18)

Exercice 7 : $52 = 6\times8 + 4$ Conclusion : chaque joueur aura 8 cartes et 4 cartes ne seront pas distribuées.

Exercice 8 :

a.

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$252 = 2\times2\times3\times3\times7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

de même $336 = 2\times2\times2\times2\times3\times7 = 2^4 \times 3 \times 7$

$\frac{252}{336} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{2^4 \times 3 \times 7} = \frac{3}{2^2} = \frac{3}{4}$

b. $625 = 5\times5\times5\times5 = 5^4$ et $1125 = 3\times3\times5\times5\times5 = 3^2 \times 5^3$ donc $\frac{625}{1125} = \frac{5^4}{3^2 \times 5^3} = \frac{5}{3^2} = \frac{5}{9}$

Exercice 9 :

a. $72 = 2\times2\times2\times3\times3$; $120 = 2\times2\times2\times3\times5$. Le PGCD est donc $2\times2\times2\times3 = 24$

b. $72 = 24\times3$; $120 = 24\times5$.
L'influenceur pourra faire 24 lots identiques au maximum, comportant chacun 3 tee-shirts et 5 casquettes.

Partie 3 :

Exercice 1 :

$a = 10 - 5 + 3x = 5 + 3x$ $\quad b = 2x - 15x - 20 = -13x - 20$ $\quad c = 6x + 3 - 6 + x = 7x - 3$

$d = x \times 2x + x \times 5 + 1 \times 2x + 1 \times 5 = 2x^2 + 7x + 5$ $\quad e = 20x + 36 - 10x^2 - 18x = -10x^2 + 2x + 36$

$f = 12x^2 - 15x - 4x + 5 = 12x^2 - 19x + 5$ $\quad g = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$ *rappel de cours* : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$h = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$ $\quad i = (x + 5)(x + 5) = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$

(ou possibilité d'utiliser l'identité remarquable $(a + b)^2$, mais celle-ci n'est pas au programme de $3^{ème}$)

$j = (2x - 1)(2x - 1) = 2x \times 2x + 2x \times (-1) - 1 \times 2x - 1 \times (-1) = 4x^2 - 4x + 1$

$k = 3x^2 + 15x - 4x - 20 - (4x^2 - 6x + 2x - 3) = 3x^2 + 11x - 20 - 4x^2 + 6x - 2x + 3 = -x^2 + 15x - 17$

Exercice 2 :

$a = x(4x + 5)$ $\quad b = x(20x - 10) = 10x(2x - 1)$ $\quad c = (x - 4)\big((x + 2) - 3\big) = (x - 4)(x - 1)$

$d = (x + 6)\big((x - 2) + (2x + 5)\big) = (x + 6)(3x + 3) = 3(x + 6)(x + 1)$

Exercice 3 :

$a = (x - 4)(x + 4)$ $\quad b = (9 - x)(9 + x)$ $\quad c = (2x)^2 - 10^2 = (2x - 10)(2x + 10)$

$d = (5x + 2)^2 - 3^2 = (5x + 2 - 3)(5x + 2 + 3) = (5x - 1)(5x + 5)$

Exercice 4 :

$a = (-4)^2 + 6 = 16 + 6 = 22$

$b = 3(-5 + 5^2) = 3(-5 + 25) = 3 \times 20 = 60$

$c = 3(-(-3) + (-3)^2) = 3(3 + 9) = 3 \times 12 = 36$

Partie 4 :

Exercice 1 :

a . $f(-2) = 2$; $f(2) = 4$; $f(3) = 2$

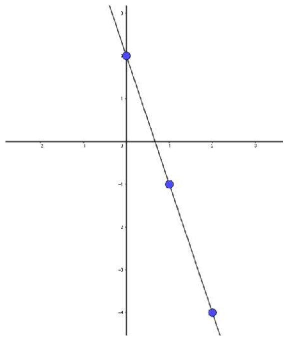
b. -2 ; 1 ; 3

c. $f(0) = -1$; $f(4) = -4$

Exercice 2 : $f(1) = \frac{1}{1} + 1 = 2$ $\quad f(2) = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} = 2{,}5$ $\quad f(-1) = \frac{1}{-1} + 1 = -1 + 1 = 0$

Exercice 3 : $g(0) = 0$ $\quad g(3) = 9 - 6 = 3$ $\quad g(-2) = (-2)^2 - 2 \times (-2) = 4 + 4 = 8$

Exercice 4 : Réponses b et d (du type $x \longmapsto ax + b$)



Exercice 5 : Coefficient directeur : -3 ; ordonnée à l'origine : 2

x	0	1	2
$f(x)$	2	-1	-4

Exercice 6 :

a . 49 € de prise en charge du véhicule et 0,25 € par kilomètre parcouru.

b. $0{,}25 \times 60 + 49 = 64$ Il devra payer 64 €.

c. $0{,}25\,x + 49 = 65{,}50$

$0{,}25\,x = 16{,}50$

$x = \frac{16{,}50}{0{,}25} = 66$ Il a parcouru 66 km.

Exercice 7 :

d_1 : $a = \frac{1}{2}$; $b = 0$ d'où $f_1(x) = \frac{1}{2}x$

d_2 : $a = -1$; $b = 5$ d'où $f_2(x) = -x + 5$

d_3 : $a = 2$; $b = 1$ d'où $f_3(x) = 2x + 1$

Exercice 8 :

a . $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{17 - 7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

b. On en déduit donc que $f(x)$ s'écrit $f(x) = 5x + b$ avec b à déterminer.

On sait que $f(2) = 7$ c'est-à-dire $5 \times 2 + b = 7$

$10 + b = 7$

$b = 7 - 10 = -3$ L'expression de f est : $f(x) = 5x - 3$

Partie 5 :

Exercice 1 :

a. $x = 5 - 9$

$x = -4$

b. $x = \frac{0}{5} = 0$

c : $3x = -13 + 1 = -12$

$x = -\frac{12}{3} = -4$

d : $-2x = 8 - 5 = 3$

$x = -\frac{3}{2}$

e. $-x = 7 - 4 = 3$

$x = -3$

f. $11x - 2x = 9 + 3$

$9x = 12$

$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

g. $12x + 3 = 4x + 6$

$12x - 4x = 6 - 3$

$8x = 3$

$x = \frac{3}{8}$

h. $24x - 12 - 10x - 16 = 0$

$24x - 10x = 12 + 16$

$14x = 28$

$x = \frac{28}{14} = 2$

i. $x \times 5 = 4 \times (x + 2)$ pour $x \neq -2$

$5x = 4x + 8$

$5x - 4x = 8$

$x = 8$

j. Soit $2x + 8 = 0$, soit $4x + 1 = 0$

$2x = -8$ $\quad 4x = -1$

$x = -\frac{8}{4} = -2$ $\quad x = -\frac{1}{4}$

l'équation a deux solutions : $x = -2$ et $x = -\frac{1}{4}$

k. Soit $-2x - 5 = 0$, soit $3x + 2 = 0$

$-2x = 5$ $\quad 3x = -2$

$x = -\frac{5}{2}$ $\quad x = -\frac{2}{3}$

l'équation a deux solutions : $x = -\frac{5}{2}$ et $x = -\frac{2}{3}$

Exercice 2 :

On note x la distance parcourue le 1er jour, $x - 10$ celle parcourue le 2ème jour et $2(x - 10)$ celle parcourue le 3ème jour.

Le problème revient à résoudre l'équation : $x + (x - 10) + 2(x - 10) = 60$

$x + x - 10 + 2x - 20 = 60$

$4x - 30 = 60$

$4x = 90$

$x = \frac{90}{4} = 22{,}5$

Conclusion :

Il parcourt 22,5 km le 1er jour,

12,5 km le 2ème jour et 25 km le 3ème jour.

Partie 6 :

Exercice 1 : $\frac{18}{100} \times 350 = 63$; $\frac{32}{100} \times 500 = 160$

Exercice 2 : a. $1 + \frac{7}{100} = 1{,}07$ b. $1 + \frac{43}{100} = 1{,}43$ c. $1 - \frac{12}{100} = 0{,}88$ d. $1 - \frac{5}{100} = 0{,}95$

Exercice 3 :

$\frac{14}{32} \times 100 = 43{,}75$ soit 43,75 % de garçons $\frac{18}{20} \times 100 = 56{,}25$ (ou $100 - 43{,}75 = 56{,}25$) soit 56,25 % de filles

Exercice 4 :

Appliquer une baisse de 35 % revient à multiplier par $1 - \frac{35}{100} = 0{,}65$.

$145 \times 0{,}65 = 94{,}25$. Le prix du manteau soldé est de 94,25 €.

Exercice 5 :

a. $20000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 20000 \times 0{,}9 = 18000$; $18000 \times \left(1 - \frac{6}{100}\right) = 18000 \times 0{,}94 = 16920$

b. $20000 \times 0{,}94 \times 0{,}9 = 16920$

c. $20000 \times 0{,}92 \times 0{,}92 = 16928$

d. $20000 \times 0{,}84 = 16800$ Il est préférable de choisir une réduction de 16 % .

Exercice 6 :

On note x le prix du scooter avant l'augmentation.

On a $x \times \left(1 + \frac{7}{100}\right) = 1050$

$x \times 1{,}07 = 1050$

$x = \frac{1050}{1{,}07} \approx 981$ Le scooter valait 981 €.

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, bend left, "\times 1{,}07"] & 1050 \arrow[l, bend left, ": 1{,}07"] \end{tikzcd}$$

Partie 7 :

Exercice 1 :

On range les valeurs dans l'ordre croissant : 20,09 ; 20,12 ; 20,14 ; 20,19 ; 20,25 ; 20,27 ; 20,38 ; 20,48 ; 20,69

a. $20{,}69 - 20{,}09 = 0{,}6$. L'étendue est égale à 0,6.

b. $\frac{20{,}09 + 20{,}12 + 20{,}14 + 20{,}19 + 20{,}25 + 20{,}27 + 20{,}38 + 20{,}48 + 20{,}69}{9} = 20{,}29$.

Les concurrents ont couru en moyenne à 20,29 s.

c. Il y a 9 valeurs. La médiane est la valeur centrale, soit la $5^{\text{ème}}$ valeur. La médiane vaut donc 20,25.

La moitié au moins des concurrents ont couru en 20,25 s au maximum, et la moitié au moins ont couru en 20,25 s au minimum.

Exercice 2 :

L'effectif total est de $5 + 8 + 12 + 14 + 8 + 13 = 60$

$\frac{5 \times 10 + 8 \times 11 + 12 \times 12 + 14 \times 13 + 8 \times 14 + 13 \times 15}{60} = 12{,}85$. L'âge moyen est de 12,85 ans (un peu moins de 13 ans)

Exercice 3 :

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30	75	105
Grise	7	8	15
Total	37	83	120

2 a. $\frac{105}{120} = 0{,}875$ La probabilité de sélectionner une souris blanche est de 0,875.

2 b. $\frac{83}{120} \approx 0{,}69$ La probabilité de sélectionner une souris femelle est de 0,69.

2 c. $\frac{7}{120} \approx 0{,}058$ La probabilité de sélectionner un mâle gris est de 0,058.

3. $\frac{75}{105} \approx 0{,}71$ Si on ne s'intéresse qu'aux souris blanches, la probabilité de sélectionner une femelle est de 0,71.

Partie 8 :

Exercice 1 :

a. $AB^2 = 17^2 = 289$
$AC^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$
Comme $AB^2 = AC^2 + BC^2$, on peut conclure que le triangle ABC est rectangle en C d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

b. $\text{Aire(ABC)} = \dfrac{AC \times BC}{2} = \dfrac{8 \times 15}{2} = 60$. L'aire du triangle ABC est égale à 60 cm².

c. Dans le triangle rectangle ABC, $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{8}{17}$. $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{8}{17}\right) \approx 62\,°$

(on pouvait également utiliser $\sin \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AB}$ ou $\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC}$)

d. $\widehat{BCA} = 90°$ d'après la question a., donc $\widehat{DCE} = 90°$.
Le triangle CDE étant rectangle, d'après le théorème de Pythagore :
$ED^2 = EC^2 + CD^2$
$CD^2 = ED^2 - EC^2 = 13^2 - 12^2 = 25$
$CD = \sqrt{25} = 5$

$CE + CD + ED = 12 + 5 + 13 = 30$. Le périmètre du triangle CDE est égal à 30 cm.

e. $\dfrac{CA}{CD} = \dfrac{8}{5}$; $\dfrac{CB}{CE} = \dfrac{12}{15} = \dfrac{5}{4}$
$\dfrac{CA}{CD} \neq \dfrac{CB}{CE}$ Les droites (AB) et (DE) ne sont donc pas parallèles, d'après la contraposée du Théorème de Thales.

Exercice 2 :

Voilier 1 :

Dans le triangle rectangle ABC, d'après le théorème de Pythagore,
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 5{,}6^2 - 4{,}8^2 = 8{,}32$
$BC = \sqrt{8{,}32} \approx 2{,}9$.
$BC + AB \approx 7{,}7$ Le voilier 1 a parcouru 7,7 km.

Voilier 2 :

Dans le triangle rectangle ADC, $\sin \widehat{ACD} = \dfrac{AD}{AC}$ d'où $AD = AC \times \sin \widehat{ACD} = 5{,}6 \times \sin 24° \approx 2{,}3$

$\cos \widehat{ACD} = \dfrac{DC}{AC}$ d'où $DC = AC \times \cos \widehat{ACD} = 5{,}6 \times \cos 24° \approx 5{,}1$

$DC + DA \approx 7{,}4$ Le voilier 2 a parcouru 7,4 km.

Conclusion : Le voilier 1 a parcouru une plus longue distance que le voilier 2.